Sèrie 3

Problema 1

a) (4 punts). Mitjana aritmètica:1 punt; variància:2 punts; desviació tipus:1 punt.

Li-1	Li	ni	ci	ci*ni	ci^2*ni	Ni	ai
5	15	10	10	100	1000	10	10
15	25	42	20	840	16800	52	10
25	55	35	40	1400	56000	87	30
55	75	20	65	1300	84500	107	20
75	95	13	85	1105	93925	120	20
		120		4745	252225		

Mitjana aritmètica:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} c_i n_i}{n} = \frac{4745}{120} = 39{,}54$$

Variància:

$$S_X^2 = \frac{\sum_i c_i^2 n_i}{n} - \bar{x}^2 = \frac{252225}{120} - (39{,}54)^2 = 538{,}33$$

Desviació tipus: $S_x = \sqrt{538{,}33} = 23{,}20$

b) (3 punts). Identificació de l'interval de la mediana (1 punt); càlcul de la mediana (2 punts)

N/2=60, i per tant l'interval on estarà la mediana és el que va de 25 a 55.

$$Me = L_{i-1} + \frac{\frac{N}{2} - N_{i-1}}{n_i} \cdot a_i = 25 + \frac{60-52}{35} \cdot 30 = 31{,}86$$

c) (3 punts)

El nombre de famílies que tenen ingressos entre 25.000 i 75.000 euros és 55 i per tant el percentatge és (55/120)*100=45,83 %.

Problema 2

a) (3 punts) Distribucions marginals: 1 punt; càlcul de cada mitjana: 1 punt per cadascuna

Xi	ni
2	10
3	15
4	15

N= 40

Yj	ni
1	15
2	25

N= 40

$$\bar{X} = \frac{2.10 + 3.15 + 4.15}{40} = 3{,}125$$

$$\bar{Y} = \frac{1.15 + 2.25}{40} = 1{,}625$$

b) (2 punts) Raonament correcte: 2 punts
Per a que les variables siguin estadísticament independents el producte de les freqüències relatives marginals ha de ser igual a la freqüència relativa conjunta, per tots els valors de la taula.
Si es comprova amb el primer valor ja no es compleix:

$$\frac{10}{40} . \frac{15}{40} \neq \frac{10}{40}$$

Per tant les variables no són estadísticament independents.

c) (2,5 punts) Càlcul: 2,5 punts

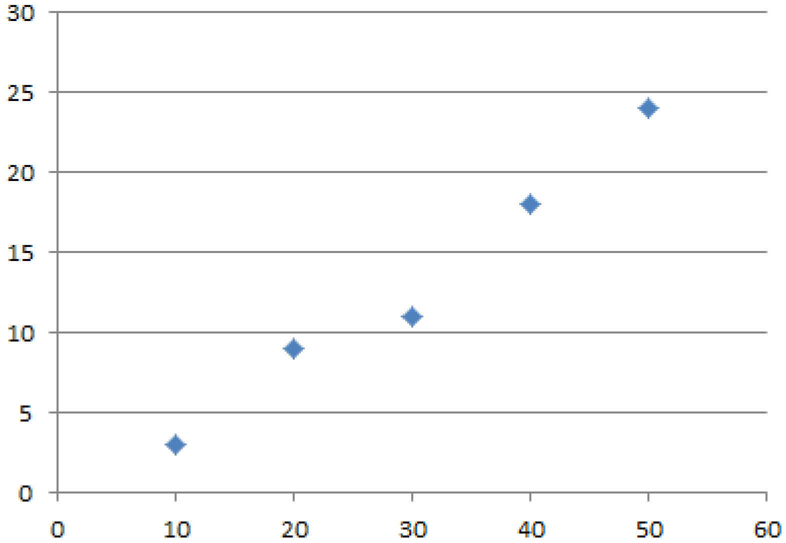
El nombre d'habitatges que compleixen la restricció és de 25=10+15 i per tant el percentatge és de 25/40=62,5 %

d) (2,5 punts) Càlcul: 2,5 punts

Les vivendes amb una cambra de bany són 15, de les quals n'hi ha 5 amb 3 habitacions. El percentatge és 5/15=33,33 %

Problema 3

a) (3 punts) Gràfic: 3 punts



b) (7 punts) Mitjana aritmètica: 1,5 punts; variàncies: 2 punts; desviacions tipus: 0,5 punts; covariància: 1,25 punts; coeficient de correlació lineal: 0,75 punts; interpretació: 1 punt.

Mitjanes

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = \frac{150}{5} = 30 \qquad \bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i}{n} = \frac{65}{5} = 13$$

Variàncies

$$S_X^2 = \frac{\sum_i X_i^2}{n} - \bar{x}^2 = \frac{5500}{5} - (30)^2 = 200$$

$$S_Y^2 = \frac{\sum_i Y_i^2}{n} - \bar{Y}^2 = \frac{1111}{5} - (13)^2 = 53{,}2$$

Desviacions tipus

$$S_X = \sqrt{200} = 14{,}142136 \qquad S_Y = \sqrt{53{,}2} = 7{,}29383$$

Covariància

$$S_{XY} = \frac{\sum_i X_i . Y_i}{n} - \bar{X}.\bar{Y} = \frac{2460}{5} - 30.13 = 102$$

Coeficient de correlació lineal

$$r_{XY} = \frac{S_{XY}}{S_X . S_Y} = \frac{102}{14{,}142136.7{,}29383} = 0{,}98885$$

Interpretació: entre les dues variables hi ha una relació lineal positiva o directa que és molt intensa. Els costos mensuals estan molt relacionats amb les unitats mensuals produïdes, de manera que si creix el nombre d'unitats mensuals produïdes també creixen els costos mensuals.

Problema 4

a) 3 punts: plantejament: 1 punt; càlcul: 2 punts

B1: treure bola blanca de la primera bossa
N1: treure bola negra de la primera bossa
B2: treure bola blanca de la segona bossa
N2: treure bola negra de la segona bossa

Les dues bosses son independents:

$$P(B1 \cap B2) = P(B1).P(B2) = \frac{4}{6}.\frac{3}{8} = \frac{1}{4}$$

b) 3 punts: plantejament: 1 punt; càlcul: 2 punts

$$P(N1 \cap N2) = P(N1).P(N2) = \frac{2}{6}.\frac{5}{8} = \frac{5}{24}$$

c) 4 punts: plantejament 2 punts; càlcul 2 punts

$$P(B1 \cap N2) + P(N1 \cap B2) = P(B1).P(N2) + P(N1).P(B2) = \frac{4}{6}.\frac{5}{8} + \frac{2}{6}.\frac{3}{8} = \frac{13}{24}$$

També:

$$P(B1 \cap N2) + P(N1 \cap B2) = 1 - P(B1 \cap B2) - P(N1 \cap N2) = 1 - \frac{1}{4} - \frac{5}{24} = \frac{13}{24}$$

Problema 5

X Normal : μ=3000, σ=1000

a) (2 punts) Plantejament i tipificació: 1 punt; càlcul: 1 punt

$$P(X > 4500) = P(Z > \frac{4500 - 3000}{1000}) = P(Z > 1{,}5) = 1 - P(Z < 1{,}5) = 1 - 0.9332 = 0.0668$$

Un 6,68 %

b) (4 punts) Plantejament i tipificació: 2 punts; càlcul: 2 punts

$$P(2000 < X < 4000) = P(\frac{2000 - 3000}{1000} < Z < \frac{4000 - 3000}{1000}) = P(-1 < Z < 1) =$$

$$= P(Z < 1) - P(Z < -1) = P(Z < 1) - (1 - P(Z < 1)) = 2 * P(Z < 1) - 1 = 2 * 0{,}8413 - 1 = 0{,}6826$$

Un 68,26 %

c) (4 punts) Plantejament i tipificació : 2 punts; càlcul: 2 punts

$$P(X > a) = 0{,}70 \rightarrow P(Z > \frac{a - 3000}{1000}) = 0{,}70 \rightarrow P(Z < \frac{3000 - a}{1000}) = 0{,}70$$

Buscant a les taules el valor que correspon és 0,52 (també es considera correcte 0,53).

$$\frac{3000 - a}{1000} = 0{,}52 \rightarrow a = 3000 - 0{,}52 * 1000 = 2480$$

Amb el valor de taules 0,53:

$$\frac{3000 - a}{1000} = 0{,}53 \rightarrow a = 3000 - 0{,}53 * 1000 = 2470$$